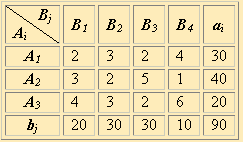
РГПУ им. А.И. Герцена

Тема «Оптимальность плана транспортной задачи»

Семенов Л.А. 2ИВТ, 1 группа, 2 подгруппа

Задача 1.



Построим опорный план методом двойного предпочтения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | ai |
| A1 | VV=20 | 2 | 0 | 3 | V=10 | 2 |  | 4 | 30 |
| A2 |  | 3 | V=30 | 2 |  | 5 | VV=10 | 1 | 40 |
| A3 |  | 4 |  | 3 | VV=20 | 1 |  | 6 | 20 |
| bj | 20 | | 30 | | 30 | | 10 | | 90 |

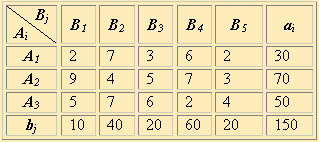
План является вырожденным, т.к. количество занятых клеток не равно .  
Введём в клетку значение 0.

Суммарная стоимость доставки для данного плана равна:

Проверим опорный план на оптимальность с помощью метода потенциалов.  
Составляем систему уравнений потенциалов полагая

Далее проверяем свободные клетки таблицы. План является оптимальным, т.к. выполняются условия, описанные в теореме 5, а также не является множественным.

Задача 2.



Построим опорный план методом двойного предпочтения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | VV=10 | 2 |  | 7 | V=20 | 3 |  | 6 | V=0 | 3 | 30 |
| A2 |  | 9 | VV=40 | 4 |  | 5 | 10 | 7 | V=20 | 4 | 70 |
| A3 |  | 5 |  | 7 |  | 6 | VV=50 | 2 |  | 4 | 50 |
| bj | 10 | | 40 | | 20 | | 60 | | 20 | | 150 |

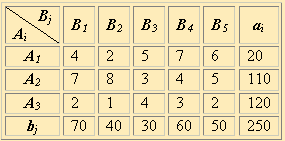
План является вырожденным, т.к. количество занятых клеток не равно .  
В пустую клетку вводим значение 0.

Рассчитываем итоговую сумму доставки:

Проверим опорный план на оптимальность методом потенциалов. Составляем систему уравнений потенциалов, принимая .

План является оптимальным, т.к. для него выполняются условия теоремы 5. План является множественным, т.к. для клетки сумма потенциалов равна стоимости доставки груза.

Задача 3.



Построим опорный план методом двойного предпочтения.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 |  | 4 | V | 2 |  | 5 |  | 7 | 20 | 6 | 20 |
| A2 |  | 7 |  | 8 | VV=30 | 3 | 60 | 4 | 20 | 5 | 110 |
| A3 | V=70 | 2 | VV=40 | 1 |  | 4 | V | 3 | V=10 | 2 | 120 |
| bj | 70 | | 40 | | 30 | | 60 | | 50 | | 250 |

Опорный план является невырожденным, т.к. кол-во занятых клеток равно .

Рассчитаем общую стоимость доставки, соответствующую данному плану:

Проверим опорный план на оптимальность методом потенциалов. Составляем систему уравнений потенциалов принимая .

Опорный план не является оптимальным, т.к. в свободных клетках сумма потенциалов превышает тариф доставки:

Выбираем свободную клетку с набольшей разницей между суммой потенциалов и тарифом доставки: . Данная клетка будет началом цикла пересчёта.

В свободную клетку, соответствующую вершине многоугольника поставим знак +, далее знаки будут чередоваться в каждой вершине ломаной:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 |  | 4 | + | 2 |  | 5 |  | 7 | 20 - | 6 | 20 |
| A2 |  | 7 |  | 8 | 30 | 3 | 60 | 4 | 20 | 5 | 110 |
| A3 | 70 | 2 | 40 - | 1 |  | 4 |  | 3 | 10 + | 2 | 120 |
| bj | 70 | | 40 | | 30 | | 60 | | 50 | | 250 |

Найдём наименьшее число, расположенное в одной из клеток со знаком -. В данном случае это 20. Прибавим данное число к вершинам со знаками + и вычтем из вершин со знаком -.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 |  | 4 | 20 | 2 |  | 5 |  | 7 |  | 6 | 20 |
| A2 |  | 7 |  | 8 | 30 | 3 | 60 | 4 | 20 | 5 | 110 |
| A3 | 70 | 2 | 20 | 1 |  | 4 |  | 3 | 30 | 2 | 120 |
| bj | 70 | | 40 | | 30 | | 60 | | 50 | | 250 |

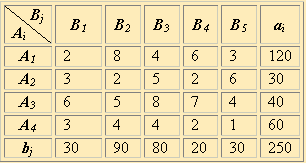
Полученный план является невырожденным, т.к. количество занятых клеток равно .

Рассчитаем общую стоимость доставки груза:

Проверим полученный план на оптимальность с помощью метода потенциалов. Составляем систему уравнений потенциалов принимая .

Проверим свободные клетки. Условия теоремы 5 соблюдены, поэтому данный план является единственным оптимальным.

Задача 4.



Построим опорный план методом двойного предпочтения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | VV=30 | 2 | 10 | 8 | V=80 | 4 |  | 6 |  | 3 | 120 |
| A2 |  | 3 | VV=30 | 2 |  | 5 | VV | 2 |  | 6 | 30 |
| A3 |  | 6 | 40 | 5 |  | 8 |  | 7 | V | 4 | 40 |
| A4 |  | 3 | 10 | 4 | V | 4 | V=20 | 2 | VV=30 | 1 | 60 |
| bj | 30 | | 90 | | 80 | | 20 | | 30 | | 250 |

Опорный план является невырожденным, поскольку количество занятых клеток равно .

Общая стоимость доставки груза:

Проверим опорный план на оптимальность методом потенциалов. Составляем систему уравнений потенциалов, принимая .

Опорный план не является оптимальным поскольку в свободной клетке сумма транспортных потенциалов превышает тариф доставки:

Данная вершина будет начальной в цикле перерасчёта. В неё поставим знак +, в остальные вершины многоугольника чередующиеся знаки -, +, -:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | 30 | 2 | 10 - | 8 | 80 | 4 |  | 6 | + | 3 | 120 |
| A2 |  | 3 | 30 | 2 |  | 5 |  | 2 |  | 6 | 30 |
| A3 |  | 6 | 40 | 5 |  | 8 |  | 7 |  | 4 | 40 |
| A4 |  | 3 | 10 + | 4 |  | 4 | 20 | 2 | 30 - | 1 | 60 |
| bj | 30 | | 90 | | 80 | | 20 | | 30 | | 250 |

Из значений при вершинах ломаной со знаком - выберем наименьшее = 10. Прибавим 10 к объёмам грузов, стоящих в клетках со знаком + и вычтем из объёмов грузов клеток со знаком -. Зафиксируем полученную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | 30 | 2 |  | 8 | 80 | 4 |  | 6 | 10 | 3 | 120 |
| A2 |  | 3 | 30 | 2 |  | 5 |  | 2 |  | 6 | 30 |
| A3 |  | 6 | 40 | 5 |  | 8 |  | 7 |  | 4 | 40 |
| A4 |  | 3 | 20 | 4 |  | 4 | 20 | 2 | 20 | 1 | 60 |
| bj | 30 | | 90 | | 80 | | 20 | | 30 | | 250 |

План является невырожденным, т.к. количество занятых клеток равно .

Рассчитаем общую стоимость доставки грузов:

Проверим полученный план на оптимальность. Составляем систему уравнений потенциалов, полагая :

Проверяем свободные клетки. План соответствует условиям теоремы 5, следовательно является единственным оптимальным.